EXAMEN

in Gymnasio Elbingensi

d. XXVII et XXVIII mens. Sept. MDCCCXIX

publice instituendum

rite indicit

F. Buchner.

Inest prolusio De veterum Graecorum disciplina mathematica in gymnasia nostra revocanda.

Elbingae,

Typis Hartmannianis.

Postquam superioribus temporibus studium mathematicum in scholis Germaniae minimi ac fere nihili aestimatum erat, ita ut linguis classicis fere omne tempus tribueretur, mathesi vero paucae tantummodo horae subsecivae *) relinquerentur, Edictum Regium scholis regni Borussici altioribus Ao. 1815 datum Mathesi dignum locum inter disciplinas in gymnasiis tractandas adsignavit, matheseosque doctoribus juvenes in nobilissima arte pro viribus exercendi copiam dedit. Non intempestivum igitur videtur, quae de disciplina matheseos scholastica sentiam, quaeque jam dudum, maxime vero per hos quatuor annos ipse viderim atque accurate mecum reputaverim, paucis hic exponere.

Lex illa, contracta materia institutionis scholasticae ad religionis christianae cognitionem, ad veteres linguas, mathesin et historiam, notitiisque certae vitae conditioni utilibus vel necessariis inde proturbatis, eandem praecipiens institutionem tribuendam esse omnibus pueris, quamcunque rationem vitae sibi electuri sint, ea

ipsa

---

*) Michelson, Gedanken über den gegenwärt. Zust. d. Math. Berlin 1789. S. 154. „In der d[illegible]
„ten Classe des Gymnasii beschäftige ich mich mit jungen Leuten von 12. 13 Jahren [illegible]entl
„eine Stunde mit der Geometrie, und eine mit der Arithmetik. Am Ende jedes Jahres haben
„immer mehrere wenigstens das erste Buch der Euclidischen Elemente auswendig ge-
„lernt." cf. Schmeisser Lehrbuch der reinen Mathesis nach Platonischer Weise. Berlin 1817.
Vorrede S. 16. 17. Ex his scholis ad Academias profecti adolescentes nullum fere usum ex prae-
lectionibus capere poterant, unde illius temporis libros saepissime reperies repletos querelis profes-
sorum de neglecto studio mathemathico. cf. Kästner's Vorlesung in der Königl. deutschen Ge-
sellschaft: Warum die Math. noch immer in Deutschland für unnütz gehalten wird. — De[illegible]
ben Vorrede zu s. Anfangsgründen der Arithmet u. Geometrie. Lichtenberg Verm. Schrift[illegible]
S. 231. „Ich kann nicht leugnen, daß mir, als ich zum erstenmal sah, daß man [illegible]
„Vaterlande anfange zu wissen, was Wurzelzeichen sind, die hellen Freudenthrä[illegible]
„gedrungen sind." — Derselbe: Von dem Nutzen den die Math. einem Bel[illegible]
Verm. Schr. III.

ipsa re luce clarius manifestavit, gymnasiorum non esse, ut pueros ad certum qualecunque negotium fingant, sed gravissimam illis commissam esse provinciam, omnes omnium facultates acuendi, omnes ingenii vires excolendi, ut pueri ita formati exacta vita scholastica facile arripiant et colligant, quae tum temporis illis dabuntur tractanda. Ad hunc animi altiorem cultum viri hujus rei peritissimi semper utilissimum duxerunt veterum linguarum strenuum studium, quod tot seculorum experientia spectatum nemo sanus repudiabit, quibus autem Edictum supra laudatum mathesin in formandis ingeniis adjungit sociam, ut quae alteram partem humanae mentis, eousque fere neglectam, sibi sumat excolendam. At equidem credo me supersedere posse labore ostendendi, scientiam mathematicam ad hunc finem aptissimam esse, illud vero curae cordique mihi est, ut ostendam, mathesin tum demum optime et facillime hoc propositum adsecuturam esse, si ad modum veterum Graecorum in scholis nostris tractetur. Methodum vero Graecorum mathesin docendi ab hodierno usu fere discrepantem in his praecipue pono, quod illi mathesin propter se ipsam colerent, nulla ratione habita utilitatis et commodi, quod geometriam, arcem universae matheseos, ante reliquas hujus scientiae partes tractarent, eamque puram nec alienis fundamentis innixam, quod rigorosissima argumentatione semper usi omnes ambiguitates, omnesque notiones fictitias rejicerent, tandem quod in tradenda scientia inveniendi et excogitandi vim excolerent ac problematis soluendis exercerent.

Nobilissima enim ars mathematica duplici modo tradi potest, primum ita, ut fundamentum struat fere omnibus aliis artibus et disciplinis, tum etiam propter se ipsam sine respectu usus et commodi, quippe quia firmissimas leges continet e mente humana ipsa natas, ideoque animum evehit imagine magnae suae dignitatis et pulchritudinis. Cum vero nostris temporibus omnes fere disciplinae et maxime mathematicae utilitatis causa tantummodo exerceantur, audiamus hac de re Quintilianum (Inst I, 10.): „In geometria partem fatentur esse utilem teneris aetatibus, agitari „nempe animos atque acui ingenia et celeritatem percipiendi venire inde concedunt, „sed prodesse eam, non ut ceteras artes cum perceptae sint, sed cum discatur, existimant.“ Praeclarissima autem hac de re extat sententia apud Plutarchum, qui, postquam in vitae Marcelli cap. 17. mentionem fecit laborum Archimedis in defendendis Syracusis, ita fere pergit: „Ipse tamen Archimedes haec opera parum digna studio suo aestimabat, sed tantummodo parerga et lusus artis geometricae. Tanta enim scientia et animi magnitudine, tantusque illi erat theorematum thesaurus, ut mandare recusaret ea inventa, quae solae illi apud aequales non tantum humanae sed adeo divinae sapientiae nomen et gloriam comparaverant; ille enim ma-

„chinarum

„chinarum construtionem, omnemque artem necessitati inservientem sordidam et „illiberalem habebat, iis tantummodo studiis deditus, quibus inest pulchrum et per„fectum nulli admixtum necessitati." Egregium hoc exemplum, cui omnia tempora justas tribuerunt laudes *), quodque Schillerus noster suavissimis polivit versibus**), certe ab omnibus probabitur, qui iis rebus delectantur, quibus inest nativus quidam color et pulchritudo, quique quaestum et victum, licet necessarios, non summa nec unica cura dignos putant. Profecto enim clarissima et maxime admiranda hominum opera nunquam in lucem prodiissent, si autores antea semper quaesivissent, quemnam usum praestitura essent, id quod hodie saepissime auditur. „Quis, ut Ciceronis „verbis utar (Off. II, 17.) Periclem vituperat, quod tantam pecuniam in praeclara illa „Propylaea conjecerit", quis, ut eodem modo pergam, Ervinum istum, quod tantam operam tantumque lapidum pondus in magnificum illud monasterium contulerit, quis innumeros alios humani generis principes? an mavis cum Campio anteponere coli inventorem vati Iliadis, vel cum compluribus pristini temporis magistratibus horrea granaria magnificae arci Mariaeburgensi? Hi omnes autem jus suum obtinebunt, si dignitatem judicemus ex usu, tumque longe praestabit lingua francogallica graecae, aut artes coquendi et sarciendi picturae! Saeculum decimum octavum prae caeteris insigne fuit hoc contemtu omnium artium, quae non protinus usum spectarent, at equidem vereor, ne posteri cognomen philosophici, quod ipsum sibi nimis mature imposuit, rejicientes, aliud minus speciosum illi addicturi sint. Mathesis vero graecorum parum spectat commodum et eadem sublilitate demonstrat propositionem de Arbelo ***), ac theorema pythagoricum, persuasum sibi habens, usum semper sequi veram eruditionem. Discipulos suos autem post institutionem scholasticam scholis tradit certae arti destinatis, ut architecturae, artibus bellicae et metallicae, navigationi, geo-

---

*) Bossut Geschichte der Math. übers. v. Reimer, Hamb. 1804. Th. 1. S[illegible] des Math. I. p. 222. Mollweide, Comm. math. philos. Lips. 1813, [illegible]

**) Schillers Gedicht: Archimedes und der Schüler.

***) Pulcherrima haec propositio, at quantum ego scio nullius usus, extat in P[illegible] mat. (lib. IV. prop. 13.) Klügelius in Lexico (v. Arbelus) eam commem[illegible] strat, quamvis passim (III, pag. 623.) profiteatur, dignitatem propositionis pendere ab usu. Ego vero non video quid sibi velit propositio geometrica

geodaesiae, astronomiae, ubi majori cum successu audient, quantum usum ad communem vitam praestet nobilissima disciplina. *)

Quae si concedantur non est, quod quaerat praeceptor de usu cujusdam partis matheseos, sed illam sibi ante alias eliget pueris tradendam, quae diligentissime elaborata, maxima niteat pulchritudine, elegantia et concinnitate. Quis vero dubitet, hanc matheseos partem esse geometriam Graecorum, eamque puram et integram, sicuti in scriptis summorum hujus populi auctorum nobis tradita est, quamque postera secula ne immutare quidem, nullo modo vero emendare potuerunt.

Geometria graeca synthetice **) progreditur a definitionibus, axiomatibus et postulatis ad theoremata et problemata; definitionibus vero intellectis, axiomatibus et postulatis concessis, quae sequuntur ne minimae quidem objectioni nec dubitatoni sunt obnoxiae, et adsensum lectoris, ut ita dicam, vi extorquent. ***) Excellentiam librorum graecorum geometriam tractantium praecipue Euclidis, Archimedis et Apollonii, omnium temporum et populorum consensus satis probavit, quorum laudibus si paucissimi, nil enim mortalibus arduum, obtrectare conati sunt, nihil nisi ignorantiae documenta dederunt. ****) His praemissis absolutis maxima cura et diligentia propositiones superstruuntur, nec ulla relinquitur, nisi ita firmata, ut certum fundamentum reliquis esse possit. Trita haec sunt et notissima, nec uberiori explica-

---

*) Rec[illegible] Hausenius (in praef. ad elementa geometriae). Neque enim opus est ad Mathesin omnia [illegible], quae opera sua utcunque indigent. De architectura, de geometria agrimensorum multi ex [in]stituto egerunt, quos evolvant, qui volunt. Nec enim ex systematibus mathematicis Archi[tecti] vel Geodaetae unquam evadent.

**) [...]si et analysi mathematica v. Additamentum. I.

***) [...] quidam his objiciat notissimum axioma undecimum Euclideum, tot omnium temporum [...]amina, quae novissima decennia plus justo auxerunt, satis ostendunt id ipsum esse Eu[...]tiae documentum, quod, quae demonstrari nequeunt, vir sagacissimus inter axioma[...]que professus, sibi tantummodo cum iis rem esse, qui hoc concedunt. Recentio[...] aliter agere, quis ignorat?

****) [...]lae Pestalozzianae quidam mathematici. Schmidt Elemente der Form und Größe [1]809. Vorrede S. 31. „Ich behaupte Euclids Elemente seyn nicht von ihm erfun[den und] selbstständig geschaffen worden, wenn dies der Zusammenhang und das Ganze von [...] soll. Denn in diesem Falle könnte er nichts weniger als Denker gewesen seyn ꝛc."

explicatione indigent. Quare cum altera pars matheseos arithmethica usque ad hunc diem non ita accurate sit elaborata, et aeque lucido ordine adhuc careat, statim colligere possumus a geometria faciendum esse initium in pueris instituendis. Ego quidem libenter concedo arithmeticae partem maximam eodem modo illustrari posse, at Graeci hic nos deficiunt, (si excipias Euclidis libros arithmeticos et Diophantum) imperfecto et difficili numerandi modo impediti *), recentiorum vero libros arithmeticos nullo modo attingere excellentiam et perfectionem veterum, libenter quisque concedet hac in re versatus. Nam non ita accurate et continue struunt fundamenta, ut synthetice progredi possint, sed occasione data saepissime artificia, quae dicunt, adhibent, quorum originem tirones plane ignorant, quibusque recte uti longa demum docet experientia. Talia autem artificia, scientia recte fundata omnino indigna, in mathesi nullo modo toleranda, sed in artes viliores relegandа esse, quis non videt? Novissimis quidem temporibus nonnulli auctores arithmetici v. c. Pasquichius, La Croix etc. initium fecerunt ejusmodi propositiones praemittendi, quae viam sternant syntheticae tractationi, sed pauca ejus rei exempla inveniuntur, adhuc labor paene Herculeus superest, et equidem dubito, opus arithmeticum ad mentem veterum ita conscriptum, nostri temporis plausu gaudere posse. Lucidus hic ordo geometricus intranti in hanc disiplinam statim conspicuus, inprimis claram convictionem efficit, quare sedulus matheseos praeceptor libenter fatebitur, geometriae institutionem multo faciliorem esse, quam arithmethicae **), praecipue si a geometria initium faciat.

Deinde

---

*) Comunis haec opinio fortasse locum relinquet dubitationi, nam maximas invenimus calculi operationes a Graecis feliciter absolutas, cujus rei exemplum est problema difficilimum primum a Lessingio ex Cod. mspto, Anthologiae vulgatum, (Lessings Werke XIV. S. 235.) quod calculi peritissimis hujus temporis hominibus maximas objiceret difficultates.

**) Michelson l. c. S. 152. Merkwürdig ist es mir stets gewesen, daß ich bei dem vielen Unterrichte, den ich Anfängern in der Math. ertheilt habe, dieselben nicht nur nie anders, als mit der größten Mühe, sondern auch selbst dabei nie zum vollen Verstehen der Lehren der Buchstabenrechnung und Algebra und ihrer Beweise haben bringen können, wenn ich mit diesen Wiss. den Anfang machte; da ich hingegen, wenn ich die Geometrie hatte vo[r]ngehen lassen, durch die Arithmetik mit weit stärkeren und schnelleren Schritten vorwärts eilen konnte, a[ls] selbst in der Geometrie. Begreiflich werden indeß dergleichen Erfahrungen dadurch [illegible] daß jede höhere Fähigkeit oder Aeußerung unsrer Denkkraft alle bis zu ihr geden[illegible] drigen Fähigkeiten in einem gewissen Grade der Vollkommenheit voraussetzt [illegible]

Deinde nostra arithmetica usque ad hunc diem nullo modo ita firmis gaudet principiis, quam geometria, sed in ipsis liminibus laborat ambiguitatibus et notionibus non satis stabilitis, e quarum numero mihi liceat commemorare quantitates oppositas. Alembertus et post eum Carnotus satis ostenderunt (Carnot, Géométrie de position Paris 1803. Preface.) vulgares definitiones hac in re nullo modo admitti posse, et quanquam me non latent varia tentamina horum argumenta refutandi, mihi quidem adhuc immota stare videntur *).

Magis autem vituperandi sunt recentis temporis scriptores mathematici, qui notionem infiniti, quae humanum captum penitus fugit atque transcendit, in Mathesin introduxerunt. Mirabile dictu est quantam familiaritatem ante hos triginta annos mathematici cum infinitis quantitatibus contraxissent, ita ut computo illas subjicere non minus dubitarent, quam abacum pythagoricum. Schulzius, vir ceterum summe reverendus, (Versuch einer genauen Theorie des Unendlichen 1r Th. Vom unendlich Großen und der Meßkunst desselben. Kön. 1788 et passim in operibus) incredibili fere modo hac de re nugatur, v. c. cum doceat p. 320. totum universum aequale esse $\frac{4}{3}\pi \infty^3 = 4,18879 \ldots \infty^3$, ideoque nullam dari quantitatem hac mojorem, et ejusmodi plura. Eodem modo Lorenzius passim loquitur, praecipue in prioribus Elementorum editionibus, quem Karstenius (Mathemat. Abhandlungen Halle 1756.) jure castigavit, innumerique alii. Novissimum tempus saniores hac de re attulit sententias, et gaudio maximo quisque artis nostrae cultor afficietur, cum viderit autorum studium, obscuras has et fictitias notiones ubicunque exterminandi, praesertim in doctrina serierum et in theoria aequationum. Utinam vero in locum earum interdum non succederent aliae argumentationes aeque obscurae, aut infinitum tantummodo artificiose occultantes, ut limitum theoria etc!

Accedit, quod plerorumque librorum algebram tractantium autores rigorem usque adeo negligunt, ut theorematum gravissimorum demonstrationes arte quadam et dolo evitantes lectores seducant. Exempla hujus rei ubique extant, sufficiat ergo commemorare Theorema, quod dicunt Harrioticum, in doctrina aequationum summi momenti, cujus demonstrationem excepto Segnero (Elementa anal. finit Hal. 1758), Tempelhofio (Anfgsgr. der Anal. endl. Gr. Berl. 1769.) et Klügelio (Math. Wört. s. v. Gleichung) omnes libri germanici, quos mihi quidem inspicere licuit, v. c. Vegae

---

v. c. (Vergleichung zwischen Carnots und meiner Ansicht der Algebra rc. Freyberg 1804.) analogiae $+1 : -1 = -1 : +1$ plane nulla est.

Vegae (Vorlesungen über die Math.), Langsdorfii (leichtfaßliche Anleitung z. Analysis endlicher Größen rc. Manheim 1817.), Kiesewetteri (Fortsetzung der Anfangsgr. der reinen Math. Berlin 1818.), aut omnino omittunt, quanquam theoremate ipso ubique utuntur, aut cum Kästnero, Karstenio, Pasquichio ex calculo differentiali deducunt aut denique, ut Francogalli, minus accurate probant, etsi non difficile est, omnibus rite praeparatis, hoc theorema demonstrare. Item in omnibus libris algebraicis, ne uno quidem excepto, theorema maxime necessarium „aequationis cu„juslibet radicem veram inter duos numeros esse, oppositos aequationis valores effi„cientes", aut omnino non demonstratur *), aut ex theoria curvarum linearum derivatur, quarum altera via mathematico est plane indigna, in altera vituperanda est μετάβασις εἰς ἄλλο γένος. Cum vero in omnibus disciplinis tradendis candida confessio ignorantiae, aut invincibilis difficultatis semper praestet insidiosae auditorum circumventioni, mathematicos, qui merito lucida methodo et invicto rigore gloriantur, inprimis decebit.

Praeterea negari nequit vel optimos libros algebraicos Euleri, Newtoni aliorumque mendis et vitiis laborare, sed aegre animum induco recensere errores **) summorum virorum, quos parum cavit humana natura, praesertim cum ad alia properandum sit. Hoc tantummodo mihi liceat proferre, quod mea ex sententia quaedam argumentationes, in algebra hodie usitatae, adtento tironi nullo modo satisfacere possunt, et adsensum quidem, sed, ut ita dicam, invitum efficiunt. Egomet ipse libenter fateor, quanquam fortasse erunt, qui hac de re me irrideant, in deductionibus logarithmorum, functionum circularium etc. per quantitates impossibiles ad finem argumentationis evanescentes, quas post Eulerum fere omnes recentiores receperunt, me nullo modo acquiescere posse, ita ut praeferam demonstrationes magis perspicuas, licet sint longiores. Id saltem omnes concedent, cavendum esse, ne pueri ejusmodi argumentis conturbentur.

Quamquam igitur cauta et prudens algebrae institutio nequaquam e scholis projicienda est, faciamus tamen initium a Geometria, ut pueri lucido ordini et stre-

---

*) Bolzani demonstratio (Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes, daß zwischen je zwei Werthen, die ein entgegengesetztes Resultat gewähren, wenigstens eine reelle Wurzel der Gleichung liege. Prag. 1817.) admodum implicita est et laborat obscuritate.

**) Ne vero injustus videar accusator, inspiciantur Euleri Algebra I. §. 299. coll. Garnier p. 56. Newtoni Arithm. univ. ed. Castil. p. 159. coll. Kästner Anal. d. E. §. 718. mente I. S. 467. §. 50.

nuo rigori quam primum adsuefiant; inversam viam non aeque prospero successu ingrederentur. *) Ille enim rigor geometricus sine quo praeclara illa disciplina tota corruit et collabitur non invenitur, nisi in scriptis Graecorum et paucissimorum recentis temporis auctorum **), qui geometriam penitus ad modum Graecorum pertractaverunt, quorum ego quidem nostri populi et Francogallorum novi neminem, Anglorum vero complures. Germani enim maximo cum scientiae detrimento levitatem vicini populi hic ut in aliis imitati ***) calculi usum geometriae obtruserunt, sensimque magis veteris geometriae praestantiam et laudes obliviscuntur, imo contemtui habent, quare

---

*) Klügel Wörterbuch II, S. 315. Die Methode der Alten hat man besonders in dem Anfange des mathematischen Studium sich geläufig zu machen. Sie giebt eine unmittelbare, anschauliche Zergliederung der Relationen, sie nöthigt in jedem Falle auf besondre Verbindungen und Anknüpfungen der Größen und Einführung der Mittelbegriffe zu sinnen. Auch prägt sie durch die öftere Anwendung der gefundenen Sätze diese dem Gedächtnisse zur schnellen Bereitschaft ein. Durch dies alles wird der mathemat. Geist geweckt, und der Zeitaufwand vergütet. Ist man erst im Besitze der allgemeinen Hülfsmittel aus der Analysis, der Neueren, so wird man vielleicht nicht die Geduld haben zu Fuße zu gehn, wo man fliegen könnte. Newton, der erste Erfinder der neuern Analysis, hielt die Methode der Alten sehr hoch, und rühmte die Mathemat. seiner Zeit, welche in der Anwendung derselben Geschicklichkeit hatten, vorzüglich Huygens. Er pflegte sich oft selbst zu tadeln, daß er sie nicht mehr befolge, und bedauerte, daß er in dem Anfange seiner math. Studien sich zu sehr an Descartes und andre algebr. Schriftsteller gehalten, ehe er die Elemente des Euclides sich vollkommen zu eigen gemacht hätte, s. Pemberton View of Sir J. Newton's Philosophy (cf. Schmidtii judicium de Euclide supra cit.) — Profecto nemo pedes ibit volandi peritus, si id tantummodo spectat, ut quam celerrime iter conficiat, sine dubio autem viatores plura conspiciunt visu digna majoremque fructum eundo percipiunt, quam aëronautae.

**) De negligentia recentiorum vid. Addit. II.

***) Montucla Hist. d. M. III, 13. „L'Allemagne en général plus calculatrice à l'instar de la France ne me paroit pas fournir autant d'exemples de gout pour le style de la géometrie ancienne (que l'Angleterre)." In vern[illegible]a nullum novi corpus geometriae ad mentem veterum conscriptum Euclidis, Archimedis et Apollo[illegible] inventa complectens, merito vero collaudantur quaedam versiones e graeco, ut Lorenzii versio Elementorum, Camereri versiones Locorum planorum et Conicorum Roberti Simsonis, Schwabii versio Datorum Euclidis et Hauberi versio libri Archimedis de sphaera et cylindro. — Gilberti geometria a tertio [illegible] de algebraice rem tractat; Hausenii elementa, Camereri restitutio libri Apoll. de tactionibus, Krafftii [illegible]. geom. sublim., summopere laudauda opera, latine scripta sunt. Egregium opus geometricum, [illegible]vo idiomate conditum, est Grondbeginsels der Meetkunde door I. A. van Swinden. Tweede [illegible] 1816.

quare mihi liceat ad calcem libri summorum mathematicorum hac de re addere testimonia *), qui omnes uno ore ad astra extollunt graecam geometriam, eamque puram et rigorosam nullo modo arithmetices auxilio indigentem, vituperant contra et contemnunt usum calculi in geometria, magnamque recentiorum incuriam et negligentiam, quique causam meam dicent, si forte nimis videar audax. At horum plerique antiqui vatis dictum confirmant,

Video meliora proboque deteriora sequor.

Nam in scriptis suis occasione oblata veterum viam relinquentes statim solita vestigia premunt et rem algebraice aut certe neglecta veterum elegantia et subtilitate adgrediuntur **). Alii etiam, forsitan librorum graecorum ignari, veteres fastidiose despiciunt, nobisque longe inferiores, nec ullo modo eorum artes cum nostris comparandas esse putant ***). Viri isti, si calculi hodierni majorem utilitatem collaudent, quis est, qui repugnet? Nonne machina ista ita ad perfectionem evecta est, ut fidenter et fere sine ulla meditatione ea uti liceat? (cf. Klügelii loc. in Add. III.) Attamen male anteponitur geometriae, quippe quae usum minime spectat, consilium vero sequitur ingenii perficiendi. Porro ubi novarum argumentationum brevitatem jactant et longe praeferunt nimiae veterum prolixitati, fateantur brevitatem probandam esse, dummodo salvus maneat rigor geometricus nunquam non observandus. Atqui longae veterum argumentationes sunt necessariae, ut Archimedeae in methodo, quam dicunt, exhaustionis, quam recentes, dum contrahere studuerunt, omni rigore nudaverunt. Errant etiam, qui geometricas demonstrationes et solutiones ubique longiores putent, cum saepissime algebraicis multo sint breviores et concinniores. Algebraica enim methodus plerumque omnes casus problematis complectitur, ideoque in singularibus casibus evoluendis perplexas praebet et difficiles solutiones. ****)

*) Vid. Additam. III.

**) In Kaestneri lib. Geometrische Sammlungen et in Klugelii Lexico singulae paginae hujus rei exempla offerunt. Minime etiam Vega commendari potest geometriae studiosis, quia omnia calculi finiti et infiniti armis adgreditur. T. III. p. 224. e. c. lineae rectae centrum gravitatis ope calculi integralis investigat.

***) Schulze, Taschenbuch f. diejenigen, so gründliche Anwendungen der Meßkunst zu machen sich vorsetzen. Berlin 1783. I. S. 354. 443 et passim. — Gilbert Geometrie S. 252. — Hirsch Sammlung geometr. Aufgaben I. S. 238. cf. Kästner Sammlung I. S. 73. Ej. Geschichte der Mathematik III. S. 249.

****) Exempla v. ap. Hirschium et in Puissantii libro: Recueil de diverses propositions de géométrie [illegible]

At novae methodi, ajunt, usus est maximus, summaque inde capiunt emolumenta omnes artes et negotia; quidquid veteres parum accurata delineatione longoque adhibito labore vix, ac ne vix quidem effecerunt, hoc facillime et accuratissime calculi ope perficimus; quid? quod vias certas et generales monstramus, quibus sine irritis conatibus ad solutiones pervenimus, quarum ne spes quidem veteribus fuit. Omne argumentum ex intimo animo concedo. Neque enim is sum, qui Cartesii, Newtoni, Leibnitii, Bernoulliorum, Lamberti, Euleri inventa vilia habeam, nec intelligam incredibiles fere usus ex algebra promota in omnes artes, praecipue vero in praeclarissimam omnium, astronomiam, redundasse. Hic autem agitur de formandis puerorum ingeniis, minime vero quaeritur de proximo usu, qui si minus respiciatur, quilibet ira et studio vacuus agnoscet, praeclara novi temporis inventa non ita perfecta et absoluta esse, nec ita firma jecisse fundamenta, ut ingenia tironum acuere et roborare possint. *) Si vero problema proponatur artem aut usum quendam spectans, ad algebraicam solutionem confugiamus necesse est. Quis enim est ita imperitus, qui hac in re vel implicitissimam formulam algebraicam non praeferat

---

et démontrées par l'analyse algébrique. 2de édit. Paris 1809. cf. Schwabii praef. ad vers. Dat. Eucl. Camereri praef. ad Apoll. l. c. in add. III. praecipue autem L'Huilier, De relatione mutua capacitatis et terminorum figurarum geometrice considerata. Varsaviae 1782. — Francogalli calculi amantissimi saepissime laudant eam algebrae virtutem, quod plura respondet, quam quae quaerruntur („qu'elle supplée aux defauts du problème"). At ea demum mihi videtur optima responsio, quae stricte respondeat ad id, quod interrogetur, neque plura det, quam quae postulentur. Illis auctoribus etiam semper praeferenda sunt enuntiata maxime generalia, quorum casus singulares postea signis oppositis distinguuntur. Geometria graeca majori cum evidentia inversam viam sequitur.

*) Kausler, Das Ustackerische Exempelbuch zur Wiederherstellung der durch den mechanischen Calcul verdrängten rásoinnrenden Rechenkunst. Heidelberg 1806. „Seit mehreren Jahren arbeitete ich „an Diophants unsterblichem Werke über die Rechenkunst, und fand darin einen solchen Schatz von „den feinsten, scharfsinnigsten algebraischen Auflösungen, daß mir die mechanische geistlose Methode „der neuern Algebra mit jedem Tage mehr ekelte. Die erhabenste der Wissenschaften, ganz dazu ge„eignet dem menschlichen Geiste die höchste Ausbildung zu geben, war zu einem Kinderspiele herab„gesunken, dessen man sich bediente, um nach Taschenspieler Art Resultate hervorzuzaubern, über die „der Rechner selbst erstaunte: indem er unvermuthet zu einem Ziele kam, das er nicht voraussah, „und auf Wegen dahin gelangte, von denen ihm keine Erinnerung blieb — und dies auf eine für „seinen Geist so unrühmliche Art, daß, wenn er in der Mitte seiner Arbeit absetzte, ein Andrer, ohne „zu wissen, wovon die Rede sei, dieselbe eben so gut, als er, vollenden konnte u. s. w." Ideo videmus artem mathematicam hodie subinde contemni et vilem haberi, quae tanti apud graecos aestimabatur, (cf. sententiae I. P. F. Richteri et Chateaubrianti ap. Schmeisserum Vorr. S. 75.) nec injuria, nam [illegible]bio permagna calculi hodierni peritia sine ingenii acumine comparari potest.

[illegible]er a Klug. cit. Lex. III. S. 607

ferat accuratissimae delineationi? *) Merito vituperantur Geodaetae, qui nostro tempore in mappis geographicis conficiendis calculum trigonometricum negligentes delineationi nimis confidunt, Astronomi vero et machinarum constructores prorsus deriderentur, si problemata sua per delineationem solvere tentarent. **) Ego vero nequeo satis mirari, facilem hanc distinctionem fere ubique usque ad hunc diem neglectam esse, praecipue in patria nostra. Ubi enim mentio fit problematum quorumdam veteribus inaccessorum, ut problematis Deliaci aut similium, tum statim jactamus majores nostri temporis profectus, despicimusque veterum infirmitatem. At si Graeci, tantam operam cubi duplicationi navantes, nil nisi appropinquantem valorem numericum radicis cubicae quaesivissent, certo reperissent. Quare mirum videtur, quod Universitas litterarum Lugdunensis nuperrime dissertationem praemio ornavit, quae quidem circa veterem geometriam versatur, penitus vero arithmetice absoluta est, ita ut auctor nihil aliud invenerit, nisi cubi quaesiti latus aequare 2,057294 ... r ***). Omnes sane trahimur genio seculi, qui, quantopere homines partim specie utilitatis, partim novarum inventionum splendore obcoecare possit, ex his quoque clare apparet.

Accedit, quod ex omnium consensu artis mathematicae duae partes, arithmetica et geometrica, ita sunt comparatae, ut utraque totum hominem postulet, utque alteram negligere cogatur, qui in altera velit excellere. Montucla, ubi (III. p. 6.) judicium Newtoni de vetere geometria, supra ex Klügelio citatum, adtulit, ita pergit: „En effet, quoique ses principes nous offrent en bien des endroits des exemples de „ce tour ancien, en général le calcul y perce à travers le déguisement, dont New„ton l'a couvert, espèce de défaut commun à bien des livres donnés pour écrits sui-

*) Si v. c. mechanicum problema proponatur „facere rotam, quae tres alias circumagat" praeferemus sine dubio Hirschii formulam (Samml. geometr. Aufg. I. S. 256.) elegantissimae solutioni Apollonianae.

**) cf. Hansenii praef. ad Elem. geom. „De actuali constructione hic non quaeritur, cum ne possent quidem sensibiles figurae ad rigorem definitionum effingi, sed requiritur cognitio eorum, quibus absolvitur formatio, quae intellectualis quaedam constructio est. — Id praeterire non debeo, quod satius duxerim numericas quaestionum geometricarum solutiones eliminare e geometria, quae solvit describendo figuras, non computando et satis habet principiorum propriorum, ut alienis opus non sit, quam confundere res diversissimas et geometriam, quae arx est totius matheseos, ποικίλην dimittere."

***) cf. Diderici Bax, Roterodamensis, in acad. Lugduno-Batava literarum candidati et Theol. studiosi responsio ad quaestionem ab ordine disciplinarum math. et phys. e mathesi A. 1816 propositam: Si corpora solida Tetraedrum, Hexaedrum, Octaedrum, Dodecaedrum, Icosaedrum inscribantur sph... cujus radius sit aequalis unitati, quaeritur cubus, cujus capacitas aequatur capacitati illorum corporum simul sumtorum; in certamine literario civium academiae praemio ornata. Lugd. Bat.

„vant la méthode ancienne, et qui ne sont que de l'algèbre déguisée"*) Memoratu dignum hujus rei documentum praebet problema: „describere in circulo dato triangulum, cujus latera, si opus sit producta, transeant per tria puncta positione data", cujus historiam vide apud Klugelium (Lex. s. v. Kreis §. 115.) Huic problemati solvendo operam tribuerunt Cramerus, Castilioneus, La Grange, Lexellius, Eulerus, Carnotus aliique, qui quidem fere omnes invenerunt solutiones algebraicas, sed perplexas et parum elegantes, ita ut ipse sagacissimus Eulerus modo geometrico hac in re aliquid perfici posse negaverit. Quod vero frustra adfectaverant viri mathematum peritissimi juveni Neapolitano prospere successit, Jordano Ottajano XVII annos nato, qui elegantissimam simulque simplicissimam solutionem geometricam non solum triangula, sed omnia complectentem polygona in Ephemeridibus mathem. Veronens. edidit. Quid igitur? Credamus Ottajanum in arte mathematica plus calluisse quam Eulerum? Minime quidem! Ego vero puto Ottajanum a puero problema quoduis geometricum armis geometricis adgredi consuevisse, ideoque thesaurum illum theorematum Archimedeum ei magis praesto fuisse, quam Eulero, ob crebriorem algebrae usum ad eam semper confugere solito; quod eo est verisimilius, cum sine dubio Ottajanus solutionem suam, ut apud Klugelium extat, ex Pappi Lemmatibus (L. VII. prop. CV.) ad Apollonii L. de Tactionibus hauserit. Quae cum ita sint, dubito an rei scholasticae consulant institutioni publicae praefecti, qui hodierno tempore a praeceptoribus scholarum superiorum mathematicam professis tantam calculi scientiam flagitent, quae colligi non posse videtur, nisi neglecta veterum geometria.

Quibus explanatis brevis esse possum in exponenda methodo institutionis, qua mathematici graeci usi sunt. Complures nostri temporis scriptores **) satis probaverunt, graecos non synthetice, ut in libris eorum elaboratam et digestam invenimus, geometriam docuisse, sed analytice rem adgressos esse, ita ut tirones com-

pellerentur

*) Alia exempla dissimulatae algebrae praebent constiuctiones geometricae, quas vocant, deductionibus algebraicis subtextae, quae plane sunt rejiciendae, quia et nihil habent geometricae elegantiae et nulli sunt usui, cum finis algebraicae solutionis sit valor numericus quaesiti, quo impetrato, negotium absolutum est. cf. Schwabii praef. §. 27.

**) Matthias, Anleitung zur Erfindung und Ausführung Elementargeometrischer Beweise und Auflösungen. Magd. 1811. — Desselben, Erläuterungen zu dem Leitfaden f. einen heuristischen Schulnterricht über die allgemeine Größenlehre ꝛc. Magd. 1814. — Schweisser, Lehrbuch der reinen athesis in einem zum Selbstfinden leitenden Vortrage derselben nach Platonischer Weise. — Ohm, rundlinien zu einer zweckmäßigen Behandlung der Geometrie, als höheren Bildungsmittels an bereitenden Lehranstalten. Erlangen 1817.

rentur ipsi invenire superiores propositiones, quibus inniterentur demonstrationes et solutiones. Quanquam enim syntheticam formam summo jure perfectissimam aestimabant, consultum tamen putabant esse, tirones ea ipsa via analytica ad theoremata perducere, qua plurima sine dubio inventa essent; postea vero perceptum et penitus intellectum theorema in formam syntheticam redigere pueros docuerunt. Optime haec ex Platone Schmeisserus demonstravit, ostendens μάϑησιν vertendam esse recordationem, quia Platonici notiones mathematicas in animo humano a natura ipsa insitas esse crediderint, quas ideo vel imperitissimus ipse invenire posset, si rei peritus eum duceret, ubi igitur non institutione, sed recordatione opus esset. Res ipsa admonet geometriae institutionem plus valere ad ingenii vires excolendas, quo in cardine nimirum res versatur, si demonstrationes non tradamus, sed si pueros ita ducamus, ut ipsi inveniant nexum propositi cum praecedentibus. Quae methodus quidem multo est difficilior, nec exiguam postulat geometriae peritiam, at prospero successu rependit, quem impendimus laborem. Recte itaque Decretum de speciminibus mathematicis examinandorum dat. Berolini d. 8. Jul. 1816. ita praescribit: Synthetische Darstellung des Mathematischen führt bloß zur Ueberzeugung von der Wahrheit der Sätze, nur die Analysis kann lehren, wie sie sich entwickeln, und es ist ein Mißverständniß, wenn man glaubt, daß, weil in jener Form sich ein System von Sätzen so evident aufstellen läßt, der Lehrer auch deswegen von dieser Form im Vortrage nicht abweichen dürfe. Supra laudati scriptores, Matthias, Schmeisserus, Ohmius, quibus addo Batavum van Swinden, bene quidem hac de re monent, facilius vero institutio analytica geometriae graecae sine dubio succederet, si Graeci ipsi propositionum demonstrationibus aut solutionibus analysin suam ubique adjecissent; illi autem, quantum erant hac in re versati, theorematum analysin fere ubique, problematum saepissime omiserunt. Attamen injuste Petrus a Schooten in praef. ad fratris Francisci tractatum De concinnandis demonstrationibus geometricis ex calculo algebraico (Amstel. 1683.) videtur accusare veteres, cum ita scribat: „Exempla veterum imitari cupiens meus frater ad analysin, certissimam inveniendi „artem, sua studia convertit. Neque dubitabat, quin pleraque omnia, quae vete- „ribus tantum gloriae peperissent, analyseos beneficio ac ope reperta essent, sed „quae illi, ut inventorum major admiratio foret, dissimulato hoc artificio et supres- „so, vulgari tantum syntheseos forma exhibuissent.“ Tantum enim abest, ut veteres analysin suam dissimulaverint, ut egregia et maxime admiranda ejus exempl[a] nobis reliquerint, quae Anglorum quam plurimi scriptores feliciter imitati hand[…] nuem sibi gloriam paraverunt.

Analysi ergo utamur in tradenda geometria, eaque theoretica s. contemplativa in demonstrandis theorematis, problematica in problematis solvendis (cf. Pappi loc. cit. in Add. I.). Hunc autem usum analyseos theoreticae Klügelius (Lex. v. Analysis I, 89.) prorsus obliviscitur, cum dicat: Die theoretische Analysis, deren Pappus erwähnt, wird kaum anders brauchbar seyn, als bei Prüfung eines Satzes, den ein Schriftsteller aufstellt, oder anwendet, ohne ihn zu beweisen, denn man wird nicht leicht durch Vermuthung auf einen mathem. Satz gerathen. *) Praecipue autem analysis problematica in solvendis problematis ad tironum usum conscriptis nunquam est omittenda, quare nostri temporis scriptores summopere sunt accusandi, quod in concipiendis problematis geometricis, si forte talia comminiscantur plerumque in arithmetica occupati, nunquam non negligunt pulcherrimum veteris analyseos expemplum.**) Synthetica enim problematum solutio nunquam tirones eo perducere potest, ut Marte suo quaestiones propositas resolvant, quare vel solertissimos, analytica si careant arte, in nova quacunque materia statim haerere videamus. Ita vero ingenium mathematicum nullo modo formari posse, facile videre est.

Plurimi dein hodierni temporis geometriae studiosi satis habent, ubi plurimum, Elementa Euclidis, nec iis integris incumbunt, sed aut omittunt libros genio aevi minus aptos (ut lib. II. et libros arithmeticos), aut rem pertractant ad recentis cujusdam auctoris compendiolum. In Elementis autem pro consilio autoris, ipsa in operis inscriptione exhibito, non nisi eas propositiones quaerendas esse, quae fundamenta jaciant, quaeque continuo nexu conjungi potuerint, satis constat.* Quare hic non inveniuntur gravissimae quaedam et elegantssimae propositiones, e quarum numero liceat commemorare plurimorum theorematum conversa, theoriam de maximis et minimis, ne dicam inumeros trianguli et circuli proprietates.

*) Hoc quoque aegre concederem, cum persuasum mihi habeam, cuique matheseos studioso haud raro suspicionem theorematis cujusdam, aut omnino, aut sibi certe ignoti vel delineatione, vel calculo, vel singularium casuum comparatione incidisse, cujus demonstrationem analysi theoretica indagaret necesse fuit. Ipse Klügelius theorema Pythagoricum divinatione inventum esse contendit. (Lex. III, 932.)

**) Saepius etiam omittunt secundam solutionis partem, διοϱισμὸν, s. determinationem, quae varios casus et species problematis enumerat, atque quinam eorum faciliorem reddant solutionem, quique construi non possint, quot solutiones dentur casus determinati, vel quis sit locus casus indeterminati diligentissime perscrutatur. Ita solutio Graecorum has habebat partes: Analysin, Determinationem, Synthesin, Demonstrationem.

tes. *) Accedit, quod Archimedis et Apollonii inventa qui negligunt, plane ignorant, quam late pateat veteris geometriae campus, quantaque Graeci paucissimorum principiorum ope perficere valuerint.

Postremo et eam ob causam Euclides tironibus instituendis nullo modo sufficere potest, quod perpauca tantummodo offert problemata, quibus inventio exerceri possit. Cui inopiae occurrere non admodum difficile quidem fuisset post tot tantosque veterum labores, adhuc vero nostrates collectionibus problematum geometricorum ad mentem veterum commentorum, quibus Angli abundant, plane carent, si excipias paucissima Schwabii et Camereri versionibus adjecta, quam ob rem per scholas Germaniae pueros in soluendis quaestionibus parum reperiamus exercitatos. Longe secus Graeci! „Ea enim erat (ut ait Camererus in praef. ad Apoll. de „Tact.) Apollonii aliorumque ejus aetatis Geometrarum opinio, rem facere perutilem eos, qui pleniorem rerum mathematicarum cognitionem assequi cupiant, si „perceptis Geometriae elementis non statim satis sibi in ea re sapere videantur, ac „ad altiora doctrinae capita incerto adhuc gradu progredi properent, sed ea potius, „quae didicerint altius subinde animo infigere et vel maxime variis quaestionibus geo„metricis accurate solvendis applicare enitantur.“ Inter hos libros a Pappo recensitos primas tenent Conica Apollonii, opus perfectissimum et summe admirandum, cujus septem priores libri supersunt, saeculorum barbariae elapsi. Hunc librum male negligimus et ignoramus, et si reverentia quaedam et verecundia plerosque recentis temporis mathematicos retinuit infeste adoriri Euclidis geometriam, Apollonius aeque secunda fortuna minime gaudet. Conica enim fere ubique docemur methodo algebraica, aut trigonometrica, aut, quod pessime plerumque accidit, methodo mixta, quae methodi usum tantummodo spectant, et parum adferunt ad ingenii vires excolendas. Hanc antem de conicis sectionibus doctrinam elementis absolutis statim geometrice et ad modum veterum tractandam esse, nostratium multi ipsi fatentur (cf. Klugelius passim), Anglique Graecos prospero cum successu secuti permultos conscripserunt de Conicis tractatus **), cum vernacula ne unum quidem ostendat, si excipias Camereri versionem trium priorum librorum Rob. Simsonis.

*) In Garnerii Libro (Les Réciproques de la Géométrie, suivies d'un recueil de théorèmes et de problèmes. 2de édit. Paris 1810.) multae demonstrantur propos. conversae, sed haud raro paullo negligentius. — Grato animo hic commemoro Pfleidereri, viri de geometria antiqua meritissimi, scholia II. & VI. Eucl. Tubing. 1797-1805.

**) Quorum recens. v. ap. Klugelium (v. Kegelschnitte III, 26) qui tamen multos omisit autores.

Post haec Pappus commemorat Loca plana Apollonii, quae simili modo negliguntur atque despiciuntur, ut quae nullo sint ex usu nostris temporibus algebram adeptis. Sane vero superfluum duco ostendere, quantum usum praestet Locorum doctrina ad concinnandas demonstrationes, et maxime ad solvenda problemata; ego enim nescio quomodo tirones neglectis locis ad propositae quaestionis solutionem excogitandam duci possint. Commode et hic Camererus, cui veteris geometriae studium tantum debet, popularibus auxilium attulit versione Locorum planorum Apollonii a R. Simsone restitutorum (Lips. 1796).

Haec quoque, quantacunque essent, Graecis non suffecerunt, sed ut subtilitatem in variis casibus discernendis exercerent, problemata generalia excogitaverunt, permagnum casuum numerum amplexa, qui ante solutionem diligenter erant discernendi et in ordinem digerendi. E quorum numero maxime innotuerunt Apollonii problemata de tactionibus, de sectione rationis et spatii, de sectione determinata et de inclinationibus, quorum notitiam v. ap. Montuclam I. p. 284. sq. Idem Camererus libri de tactionibus restituendi sciagraphiam edidit, quae ob accurationem, integritatem et elegantiam, ad instar veterum ubique servatas, maxime est commendanda geometriae studiosis *). At ipse (praef. fin.) ita queritur: „Patet inde, post tot tantorum virorum in probl. Apolloniano labores desiderari tamen adhuc plenam ac genuinam Apollonii librorum restitutionem, quam cum magna ex parte paratam jam atque elaboratam habeam, non tamen consultum esse videtur, nostra aetate de edendo opere hujus generis, quod ex ipsa rei natura, distinctis nempe variis problematis casibus, iisque more antiquorum uberius explicatis, non potest non prolixum esse, serio cogitare."

In reliquos Apollonii libros edendos et restituendos operam impenderunt summi geometrae Robertus Simsonus, Hallejus et Horslejus, et maxime est desiderandum, ut horum librorum, quos omnes meritis ornant laudibus, quorum autem inspiciendorum in patria nostra rarissima datur copia, versiones in usum popularium a viris doctis componantur, ut inter Germanos, quibus ceterum tanta gloria est promoti rigorosarum disciplinarum studii, et veteris geometriae amor, paene evanescens, majora capiat incrementa.

---

*) Hujus libri laudes v. Mont. v. III. p. 14. — Ejusdem libri Apoll. restitutionem nuperrime edidit Haumannus (Versuch einer Wiederherstellung der Bücher des Apollonius v. Perga Von den Berührungen. Breslau 1817.), quae quidem ostendit harum disquisitionum studium non plane exstinctum esse, analysin autem et pleniorem casuum determinationem incommode omittit.

Ad-

Additamenta.

I. De analyseos et syntheseos discrimine.

Inutile videtur de harum vocum notione et de earum discrimine disserere, cum et etymon et aliarum disciplinarum v. c. Chymiae et Philosophiae usus de vera illarum significatione nullam relinquant dubitationem, cumque plurimi scriptores mathematici has voces juste definiant. Sed, quae est hodierni aevi levitas, iidem auctores, si usus veniat, has notiones ita confundunt et corrumpunt, ut lectores in ipsis principiis ejus doctrinae, quae de notionibus accuratissime stabilitis maxime gloriatur, haereant et haud raro in errores deducantur. Liceat ergo hac de re quae sentio paucis exponere.

Pappus Alexandrinus in Coll. math. L. VII. praef. (Vers. Commandini. Bonon. 1660) utramque vocem ita definit: „Resolutio est via a quaesito tanquam concesso „per ea, quae deinceps consequuntur ad aliquod concessum in compositione: in re„solutione enim id quod quaeritur tanquam factum ponentes, quid ex hoc contingit, „consideramus: et rursus illius antecedens, quousque ita progredientes incidamus „in aliquod jam cognitum, vel quod sit e numero principiorum. Et hujusmodi „processum resolutionem appellamus, veluti ex contrario factam solutionem. In „compositione autem per conversionem ponentes tanquam jam factum id, quod „postremum in resolutione sumsimus atque hic ordinantes secundum naturam ea „antecedentia, quae illic consequentia erant et mutua illorum facta compositione ad „quaesiti finem pervenimus et hic modus vocatur compositio. Duplex autem est re„solutionis genus, alterum quidem, quod veritatem perquirit et contemplativum „appellatur, alterum vero quo investigatur id quod dicere proposuimus, vocatur„que problematicum. In contemplativo igitur genere quod quaeritur, ut jam ex„tens et ut verum ponentes per ea, quae deinceps consequantur tanquam vera „quae expositione sunt, procedimus ad aliquod concessum, quod quidem, si v[illegible]

„sit, verum erit et quaesitum et demonstratio, quae resolutioni ex contraria parte „respondet. Si vero falso evidenti occurramus, falsum erit quaesitum. In pro„blematico autem genere, quod propositum est ut cognitum ponentes, per ea, quae „deinceps consequantur, tanquam vera procedimus ad aliquid concessum, quod qui„dem si fieri compatirique possit (quod datum vocant mathematici) etiam illud, quod „propositum est, fieri poterit, et rursus demonstratio resolutioni ex contraria parte „respondens. At si evidenti, quod fieri non possit, occurramus, et problema iti„dem fieri non poterit" *).

Atqui methodi, quibus geometrae utuntur, etiam alio ex principio distingui possunt in methodum, quam veteres Graeci adhibuerunt, quae ex sola contemplatione figurae et ex proprietatibus spatii extensi quaesita derivat, quaeque vocatur m e t h o d u s g e o m e t r i c a v e t e r u m **), et in methodum a recentioribus inventam, quae quantitates extensas ad unitatem quandam redactas numerorum instar pertractat, ideoque illas omnibus istis commutationibus subjicit, quas numeri admittunt (ut mul-

---

*) Tum Pappus libros analyticos enumerat Euclidis, Apollonii, Aristaei, et Eratosthenis. Pappum in definiendis analysi et synthesi stricte sequuntur recentiorum plurimi, ut Montucla I, p. 165. La Croix, Essais sur l'enseignement en général et sur celui des mathématiques en particulier. Paris 1805. Klügel, Math. Wörterbuch I. s. v. Analysis als Methode. Praeclare hanc rem explicat Schwabius in praef. ad versionem germ. Datorum Euclidis (Stuttg. 1780). Sine dubio V. C. L'Huilier, veteris geometriae peritissimus, egregie hac de re exposuit in libro: Elémens d'analyse géométrique et d'analyse algébrique appliquées à la recherche des lieux géométriques. Paris et Genève 1809., quod ex ipso titulo conjici potest, sed hunc librum nondum vidi. — Eodem fere modo philosophi methodum anal. a synth. distinguunt, illam regressivam, hanc progressivam nuncupantes cf. Mellins Wörterbuch v. Methode.

**) Thomas Simpson's Select Exercises for young proficients in the mathematicks. London 1752. pref. p. 2. „The frequent use of symbols common to the algebraic notation may perhaps be looked upon as re„pugnant to the rigour and strictness of geometry, but it is not the use of symbols, that render the „consideration g e o m e t r i c a l or u n g e o m e t r i c a l, but the ideas annexed to them. In pure geome„try regard is always had to the absolute quantity of some one of the three kinds of extension, abstrac„tedly considered; and whatever symbols are used here, are to be considered as expressive of the quan„tities themselves, and not as any measures or numerical values of them. Thus by $A \times B$ taken in a „geometrical sense, we have an idea not of the product of two numbers, as in the algebraic notation, „but of a r e a l rectangular space comprehended under two right lines represented by A and B, and two „others equal to them. So likewise $\frac{B \times C}{A}$ is not to be understood here in the light of an algebraic „fraction, but as a right line, which is fourth proportional to three other right lines represented by „A, B, C." — His conferatur Cartesius; (Geometria. ed. Franc. a Schooten. Amst. 1683. p. 3.) „No„tandum,

multiplicationi, extractioni radicum etc.), quae methodus arithmetica s. algebraica *) est nominanda.

Quae distinctiones, quamvis clarae, saepe incuria confunduntur, ita ut geometricae argumentationes syntheticae, algebraicae contra analyticae audiant et vicissim. Permiscentur quippe et hic, ut plerumque fit, eae notiones, quae saepissime in una eademque re conspiciuntur conjunctae. Cum enim Euclides, geometrarum nobilissimus, ~~analytice~~ absolvat geometriam, falso plurimi putavere methodum geometricam eandem esse, ac syntheticam, cumque algebra in solvendis problematis manifesto analytice procedat, viam algebraicam vocandi analyticam sibi veniam postulaverunt. **) Ex quo autem Cartesius algebram ad geometriam curvarum applicuerat, et nova lux ex ejus inventione in geometriam refulgens a Leibnitio nova calculi methodo, quem vocant infinitesimalis, adeo aucta erat, ut in obscurissimas geometriae partes penetraret, haec inventa tantopere adsensum contemporalium commoverunt, ut brevi, praecipue inter Gallos et Germanos veterem analysin loco suo depellerent, unde mox algebraicam methodum unice tunc florentem analyseos nomine ubique videmus insignitam. Exinde mathematici vocibus analyseos et algebrae promiscue usi sunt, donec novissimis temporibus justo facto discrimine inter aequationes algebraicas et analyticas ***) (identicas) calcu-

„tandum, quod per a^2 vel b^3 similesve communiter non nisi lineas omnino simplices concipiam, li-
„cet illas, ut nominibus in algebra usitatis utar, quadrata aut cubos apellem." — Paullo ante Cartesius docuerat multiplicare linea lineam, nec non ex linea extrahere radicem quadratam.

*) Bene hanc, quamvis nimis late, definit Bolzanus (Die drei Probleme der Rectification, der Complanation und der Cubirung. Lpz. 1817. p. VI.) „Eine arithmetische oder algebraische Verrichtung heißt eine solche, zu Folge der man eine gewisse Function aus einer oder etlichen andere bloß dadurch ableitet, daß man mit ihnen gewisse Veränderungen und Verbindungen vornimmt, welche durch eine von der Natur der bezeichneten Größe ganz unabhängige Regel ausgesprochen werden."

**) Hi secum reputent, Pappum libros mere geometricos inter analyticos referre, dein Euclidem non omnes demonstrationes synthetice absolvisse saepe argumentatione apagogica usum, quae jure optimo habetur analytica, quia occulte latens absurdum in propositione ad lucem profeiat, postremo Euclidem in libris arithmet. propositiones arithmeticas plerumque synthetice demonstrauisse. — Et algebraicas propositiones synthetice demonstrari posse, imo debere, elucet: recte igitur Schulzius (Entwickelung einiger der wichtigsten math. Theorien. Königsb. 1803) tractatum V. inscripsit Demonstrationem syntheticam theorematis binomialis. — Errant etiam, qui analyseos characterem algorithmum litteralem habeant, cujus ope, etsi recentioribus temporibus debeatur, argumentationibus elegantississimis syntheticis saepissime compendium fieri potest.

***) cf. Klugel s. v. Gleichung, La Croix, Traité du calcul différentiel et du calcul intégral. 2de édit. 1810. I. Introd.

lus functionum analyseos nomen usurpavit, ita, ut analysis veterum adhuc jaceat vetustatis squalore obruta.

Nihil igitur facilius, nihil aptius videtur, quam ut discrimen fiat inter methodum algebraicam recentiorum et geometricam veterum, quod rite observatum harum notionum commixtioni cum methodis analytica et synthetica nullum dabit locum. Attamen in scriptis recentibus nihil fere saepius obvium est, quam haec confusio, cujus rei quaedam exempla adferam. Klügelius, qui praeclare hac de re disserit (II, p. 315), ipse saepissime fallitur diuturna consuetudine ductus. In Lexico (s. v. Analysis) veterem methodum falso synthesin appellari ostendit, unde apparere videtur recentiores methodos aeque falso analyseos nomine insigniri, tamen locum insequentem inscribit: Anwendung der Analysis auf die Geometrie*) II, p. 343. et passim geometricam solutionem non solum, ut fas est, arithmeticae, sed etiam analyticae opponit. I, p. 90 adeo legimus de analysi synthetica, nisi error typogr. subest. Quod eo magis mirum videtur, cum Kl. dissertationem suam inauguralem De ratione, quam inter se habent in demonstrationibus methodus synthetica et analytica (Helmst. 1767), inscripserit. Quam vero accurate perlegenti mihi suspicio venit, Klugelium tunc temporis, ut plerosque, veterem analysin plane praetermisisse, nec aliam, nisi analysin algebraicam respexisse. **) Eodem modo fere omnes hodierni scriptores veras et proprias significationes negligunt, ut Kästnerus (Geometrische Sammlungen II, 20. Analytische Formen f. Parallelepipeda), Hirschius (Sammlung geometrischer Aufgaben I. cap. V. Geometrische Bestimmung der Entfernungen und der Höhen. cap. VII. Aufgaben mit ihren analyt. und synthet. Beweisen). Camererus, ceterum accuratissimus, algebraicam conicarum sectionum tractationem vocat analyticam (Robert Simsons drei erste Bücher v. d. Kegelschnitten übersetzt ꝛc. v. Camerer. Tüb. 1809.) et mirum in modum perverse hac voce utitur p. 183. § 1. Ita vero omnes Conicorum auctores germanici, quibus v. c. Hubio, Heinrichio, Wolfio, tractatus analyticus Conicarum sectionum, prorsus idem est, ac algebraicus. Recentissimus fere horum Langsdorfius (leichtfaßl. Anleitung ꝛc.) maximis in erroribus versari videtur; in introductione enim ad partem 3. inscriptam: Anwendung der Analysis auf räumliche Größen, ita docet p. 389: „In der Elementargeometrie wird gelehrt, wie sich

---

*) Similem tractatum D. La Croix rectius inscripsit: Application de l'algèbre à la géométrie.

**) cf. p. VII. „methodus analytica, quam recentiores excoluerunt." p. IV. „Ex quo autem a summis „saeculi nostri viris mathesis novis calculi et demonstrationum methodis est ditata, Mathematicorum plurimi relicta veterum via aliam in eruendis et demonstrandis veritatibus methodum sequuntur, quae ana-[illegible]e nomine insigniri solet, cum prior illa synthetica audiat."

„sich die gerade Linie und der Kreis combiniren lassen, um andre in ihr vorkommende „Objecte zu construiren, die Methode ist daher synthetisch. In der höheren Geo„metrie werden Objecte als nach einem (durch eine Gleichung) bestimmten Gesetze con„struirt vorausgesetzt, und daraus die Relationen abgeleitet, welche die zum Objecte „gehörigen räumlichen Größen gegen einander haben; die Methode ist daher analy„tisch." Quae notionum confusio! Pariter errat Carnotus, qui in libro inscripto: Géométrie de position. p. 9-16. affatim prolixe de synthesi agit et analysi; en sententiae ejus epitomen: Veteres signis nostris et algorithmo litterali carentes nunquam eas calculi operationes indicaverunt, quae aut omnino non fieri, aut quae ad finem perduci non poterant; nos autem et quantitates impossibiles et implicitas signis et speciebus notare possumus, quo facto illas, quam si fieri aut extricari possent, calculo subjicimus; quod verum est syntheseos ab analysi hodierna discrimen. Hinc Carnotum Graecorum usui repugnasse, planeque novas harum vocum notiones intulisse, elucet. Pasquichius in libri Anfangsgründe der gesammteu theoret. Mathematik. Wien 1812. praefatione, eum praecipue finem sibi proposuisse indicit, ut lectoribus aditum patefaceret ad veterum analysin, cujus praeclarissima exempla, in libris Graecorum geometricis obvia, semper ante oculos se habuisse praedicat. Qualis autem sit hujus auctoris ad mentem veterum efficta analysis videre est in Vol. I. part. 2. sect. 1. §. 442, ubi hoc proponitur theorema: „Es ist gestattet bei jeder „analyt. Untersuchung, die bei ihr vorkommenden Größen, von welcher Art sie auch „immer seyn mögen, als eben so viele abstracte Zahlen zu betrachten." Non opus est dicere qualis hujus viri Geometria Vol. II. tractata, hisque principiis fundata, evadat. In tanta notionum perturbatione quaenam Ariadne tironi porriget filum, praesertim cum hic neutiquam logomachia commoveatur, sed cum, ut vidimus, auctores manifesto falsis fundamentis libros superstruant.

Novissimis temporibus Gallia novum mathematicorum librorum genus procreavit a nostratibus statim, ut plerumque fit, in vernaculam translatorum, qui libri, ut Bioti, Garnerii multorumque aliorum Geometriae analyticae nomine inscribuntur. Cum vero nihil aliud contineant, nisi adcommodationem algebrae ad geometriam satius fuisset ad exemplum Dni La Croix hos libros justo titulo inscribere. Nova vero haec geometria ex aequatione rectae lineae et circuli algebraice derivat proprietates harum linearum, et quanquam usum ejus in mechanicis artibus negare nolim, nihil fere facit ad ingenium acuendum. Quid? quod ipsa in vetere geometria innititur, theorema pythagoricum, nec non doctrinam de triangulis similibus postulans. Cui principiorum inconstantiae mederi studuit V. C. Le Gendre, qui in nota II. ad Elementa geometriae (Elémens de géométrie avec des notes. Par A. M. Le Gendre. 10me édit. Paris 1813. p. 280. sq.) nonnulla gravissima geometriae theoremata,

mata, ut Eucl. I, 32 47, ex theoria functionum demonstrare conatus est. Acutum hujus viri ingenium et hoc commento quidem satis apparet, tamen primus rei adspectus, ejusmodi argumentationes non eadem luce gaudere, ac Euclideas, satis ostendit. Nuperrime autem mihi in manus incidit liber: Elements of geometry and plane trigonometry by Leslie, Prof. of Math. in the Univers. of Edinburgh. 3. ed. Edinb. 1817. ubi novae argumentationes haud improspere debellantur. Controversia*) ista clarorum virorum digna mihi videtur, cujus summam hic subtexam, e qua cum Anglus superior discessisse videatur, nova geometria hactenus proprio caret fundamento.

II.

---

*) Leslius primum ostendit conclusionem Dni Le Gendre „je dis que la ligne p ne doit point entrer dans „la fonction φ, " minime veram esse, quia multae dantur quantitates ab aliis non ejusdem generis dependentes, ut longitudo arcus a radio et angulo centri, spatium moti corporis a tempore et celeritate, tum vero prorsus ad modum Dni Le Gendre demonstrat, tertium latus trianguli duobus aliis determinari, quod est absurdum. Nam triangulum determinatur per duo latera a, b et angulum interceptum C, ergo tertium latus $c = \varphi:(a, b, C)$, sed C non inesse potest functioni laterum, ergo $c = \varphi:(a, b)$. Quam refutationem postquam Leslius cum Dno Le Gendre ingenue communicaverat, hanc accepit responsoriam epistolam dat. Parisiis 5 Febr. 1816.

Ayant une très grande idée de la supériorité de vos lumières, Monsieur, je prouve un regret d'autant plus vif de voir, que vous n'approuvez pas, ou même, que vous regardez comme illusoire la démonstration que j'ai donnée dans mes notes du principe sur les trois angles du triangle. J'ai cependant la conviction intime, que cette démonstration est parfaitement rigoureuse et j'ose vous prier d'y donner encore quelque attention persuadé que vous reconnaitrez son exactitude. La loi de homogénéité est une loi générale, qui n'est jamais en défaut et qui doit être rangée parmi les principes élémentaires les plus généraux et les plus simples. L'angle est une quantité, que je mesure toujours par son rapport avec l'angle droit, car l'angle droit est l'unité naturelle des angles; dans cette notion très simple un angle est toujours un nombre. — Il n'en est pas de même des lignes: une ligne ne peut entrer dans le calcul dans une équation quelconque qu'avec une autre ligne, qui sera prise pour unité, ou qui aura un rapport connu avec la ligne unité. Ainsi l'équation $C = \varphi:(A, B, c)$ ne sauroit subsister, à moins que c ne disparoisse. Si c ne disparoit pas il faudra qu'une longueur absolue c soit determinée par des nombres, sans que l'unité de longueur soit connue, ce qui est une absurdité. L'objection faite sur l'equation $c = \varphi:(a, b, C)$ se résout facilement. Rien n'empeche que C, qui est un nombre ne soit une fonction de a, b, c pourvuque cette fonction soit de nulle dimension, c'est à dire pourvuque la fonction de a, b, c se reduise à une fonction de deux rapports tels que $\frac{b}{a}$, $\frac{c}{a}$, c'est ce qui a lieu d'après l'équation trigonométrique

$$\cos. C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{1 + \frac{b^2}{a^2} - \frac{c^2}{a^2}}{2\frac{b}{a}} \text{ etc.}$$

Leslius.

aestimatur atque incrementum qualecunque accipiat, Elementa haecce conscripsimus, in quibus quidem sectiones conicae ex ipsarum in plano descriptionibus definiuntur, affectiones vero earundem geometrice demonstrantur.

Ibidem. VII. Ad problemata quod attinet: quae difficultatis aliquid habere videbantur, ea analysi geometrica, ope Datorum Euclidis, soluta sunt; additis etiam ipsorum determinationibus, sive διορισμοῖς, sine quibus ut Geometris notum problema rite solutum minime habendum est. Atque hoc eo lubentius fecimus, quo aequis rerum aestimatoribus appareat, quanto melius, viaque magis naturali et perspicua problemata geometrica veterum analysi quam calculo algebraico solvantur. In quibus autem differat analysis geometrica ab ea quae calculo instituitur algebraico, atque ubi haec aut illa sit usurpanda, atque quae sint in mathematicis utriusque partes propriae, alias disserendum.

Ibid. VIII „de neglectis Euclidis Elementis" Geometriae cultores verbis doctissimi Fermatii (Wallisii opp. math. Tom 2. p. 859) monitos velim ut „depositis tantisper speciebus analyseos problemata geometrica via Euclidaea et Apolloniana assignantur, ne pereat paullatim elegantia et construendi et demonstrandi [illegible] praecipue operam dedisse veteres innuunt satis et Data Euclidis et alii a Pappo enumerati Analyseos libri. Illi vero videant quantum differt problematis solutio algebraica ab ea quae fit analysi geometrica tres fini hujus libri propositiones adjecimus ex quarum solutionibus comparatis cum solutionibus earundem algebraicis, quae habentur in [illegible] toris citatis, differentia inter easdem liquido patebit.

Continuat. v. pag. 16.

[illegible] I, 93.

L'Huilier Elemens d'Analyse p. 33. Robert Simson dans son ouvrage intitulé Apollonii Pergaei loca plana restituta a enoncé chaque proposition sous la forme de theoreme, quoique la marche du developpement soit purement analytique (en prenant cette expression dans le sens logique et non suivant l'acception moderne, qui la limite aux proprietés algébriques). J'ai cru devoir enoncer chaque proposition sous la forme de probleme et en developper la recherche par l'analyse géométrique. Mon travail ainsi presenté me paroit plus propre à exciter la curiosité des jeunes géomètres, auxquels il est principalement (si non uniquement) destiné, et à les initier à la marche analytique des anciens, trop peu connue et trop peu cultivée.

Lorenzius in versione Elem. Eucl. lib. XIII. not. ad prop. I. explicat discrimen inter analysin et synthesin fere ad modum Pappi. In eo autem mihi errare videtur, quod demonstrationis analysin vocat analyticam demonstrationem. Analysis theoretica nondum est demonstratio ipsa sed iter aperit ad demonstrationem. Hanc loquendi consuetudinem tum secutus in ~~[illegible]~~ propos. 1–5 demonstrandis, quam non invenio in edd. Clavii et Baermanni. Mollweidius in novis hujus versionis editionibus justam utitur formula.

Klügelius item utitur vocabulo analytice demonstrat. Lex. I. Beweis. p. 305. Man theilt die Beweise in synthet. u. analyt. Jene gehen von den Eigenschaften und Sätzen [illegible] aus, u. verbinden damit die Voraussetzung, [illegible] zu dem Prädicate oder der Folgerung in dem aufgestellten Satze zu gelangen; die analyt. Beweise gehen von der Folgerung aus u. zeigen, daß man dadurch auf einen gegebenen Satz [illegible] komme. Die letzten kommen selten vor. Wenn aber ein Schriftsteller einen Satz behauptet ohne ihn zu beweisen, so ist ein analyt. Beweis ein guter Weg, die Richtigkeit zu untersuchen, in dem Falle, daß man den directen Weg nicht [illegible].

Manifeste confundit auctor demonstrationis analyticae cum demonstratione [illegible] ante institutae inveniendae, cum autem inversa via est examinanda.

Confer etiam I. 67. „Algebraische Auflösung."

Hall. Litt. Zeit. 1820. Ergänzungsbl. No. 92. S. 731. Recension der Zeitschrift für Astronomie etc. VI. Bd. 13) Analytische Auflösung einer geometr. Aufgabe von Eschenbacher(?). „Die Aufgabe, welche hier analytisch aufgelöst wird ist: eine Kugel zu finden, welche vier gegebenen Kugeln berührt. Fermat hat von diesem Problem, so wie von andern dieser Art(?) [illegible] gehörigen, eine geometrische Auflösung gegeben. Poisson(?) [illegible] algebraische. Der Verf. geht bei dieser neuen Aufl. von andern [illegible] Grundsätzen aus, als Poisson(?)." Hic Analytica solutio manifeste distinguitur a geometrica et algebraica! desiderandum [illegible] ad analyticam, geometricam et algebraicam solutionem accedat [illegible] synthetica. Quomodo autem hi autores [struck through] [illegible] analyticam solutionem (quasi analyticam analysin). sibi [illegible]

Grüson. Die Kegelschnitte; elementarisch, geometrisch, algebraisch [illegible] der Wissenschaften(?) abgehandelt v. J. P. Grüson. Berlin 1820. [illegible] genus tractandi matheseos, quod vocatur elementare et a geometrico [illegible] nec algebraico in ipso titulo distinguitur.

Idem autor Jenson enumerat pag. VII praef. methodos tractandi sectiones conicas 1/ geometrico-algebraicam

welche die Relationen der in den 3 Curven gezogenen geraden Linien durch Gleichungen ausdrückt, und aus diesen durch Verbindung mit Zuziehung geometr. Constructionen neue Orts-Auflösungen der Aufgaben herleitet.

2/ pure geometricam

3/ analytico-trigonometricam

Sententia autoris quidem manifesta est, attamen non video cur non ~~primam~~ tertiam methodum ~~geometrico~~ algebraico-trigonometricam, aut non simpliciter trigonometricam s. melius goniometricam vocaverit? Sequitur vero hic stricte Klugelium Lex. III. p. 28.

Sum in opere ipso notiones autoris clarius eluceant: p. 20. §52. Die Größen, welche den Gegenstand der Geometrie ausmachen d.h. die Linien, die Flächen und die Körper haben unter sich Beziehungen, welche durch Gleichungen, nach den Regeln, welche die Algebra f.d. Größen überhaupt vorschreibt ausgedrückt werden können. Die Anwendung der Algebra oder der Analysis auf die Geometrie besteht in der Kunst diese Gleichungen zu bilden. Weil man nicht oft in zu langen abstracten Schlüssen sich einlassen sollte die Aufmerksamkeit der Lernenden zu ermüden oder gar zu erdrücken, die zu erhalten doch wesentlich ist, braucht man selbst in der Elementargeometrie sich dieser Analysis.

[illegible] credidit: 1) Algebra et Analysis synonyma idem est.
2) Demonstrationes mere geometricae defatigant vel contemnant attentionem tironum.

Contra Klugelius s.v. Cyclois x.

Libenter concedo huic auctori laudem non vilem, quod Euclidem nonnullis in locis emendavit et supplevit; refero hic doctrinam de angulis et solidis symetricis ab Euclide ejusque comentatoribus plane neglectam. cf. Eucl. XI, 23 et passim

Euclidis propos. VI. lib. 17 nullo modo erant omittendae

prop. IX ad lib. III, ubi nulla adhuc mentio facta est stereometriae:

Trouver en lignes le rapport du produit des trois lignes données A, B, C au produit des trois lignes données P, Q, R.

Euclides semel similem argumentationem adhibet XII, 18; sed fortasse locus corruptus est.

[illegible]chen, Untersuchung über den richtigen Sinn der höhern Analysis etc. Berlin 1808 4

Wenn der Geist mehr ist als der Körper, so muß nicht das Bedürfniß, sondern die Vernunft den Umfang der Wissenschaften bestimmen. Es ist eine niedrige Ansicht der Dinge, die Wiss. zu Dienerinnen des Bedürfnisses zu machen; nur freundliche Gefährtinnen des Lebens können sie seyn für seine. Geistesthätigkeit ist das Höchste im Menschen, also Zweck an sich, abgesehen von allem Einflusse auf das gemeine Bedürfniß. Was dieses fordert ist nöthig, aber oft sehr unwichtig; was die Wissenschaft fordert ist wichtig, aber oft für den gemeinen Nutzen entbehrlich. Nöthig und wichtig sind Begriffe, welche die Menschen immer und ewig verwechseln.

Aber wozu nützt es, höre ich, dünkt mich fragen, wozu nützt es, jeden Grashalm, jeden Wurm, jedes dem Auge kaum sichtbare Thierchen zu kennen? [illegible] das einzige Fragende in der Wissenschaft! Wozu nützt es? Ist forschen nicht Geistesthätigkeit? Ist Erkennen, Wissen, und das [illegible]ist, nicht der höchste aller Genüsse, Geistesgenuß? Wenn der unbegreifliche Schöpfer unserer Gattung uns Augen gab, mit denen [illegible] sehen können; wenn er sichtbare Gegenstände vor sie hinstellte; wenn er uns einen Verstand gab, der begreifen kann, [illegible] sehen; war es nicht sein Wille, ist es nicht unsere [illegible] daß wir sehen, daß wir forschen, daß wir begreifen

[illegible] Werke I. S. 420. „die Engländer waren für (diese Waren) die Kostbarkeiten [illegible] auch ~~[illegible]~~ eine so schöne Benennung gefallen. Sobald irgend [illegible] Zeit einmal angefangen hatte den Kunststengel [illegible] des unsterbl. Alterthums beizugesellen, so durfte es so weit [illegible] auf die Kostbarkeiten an die Reihe kommen. Wahrlich [illegible] der englischen Naturalisten dieser Zeit, [illegible] Andenken [illegible] jedes noch [illegible] zu werden verdient.

Bremer, Lehrbuch der Geometrie, Düsseldorf 1822. Rec. Jen. L. Z. 1824. N.

„Ausserdem, dass die Math. als Mittel zur Ausbildung des Verstandes gebraucht werden kann, glaubt der Verf., kann von dem Studium derselben noch ein anderer Vortheil erlangt werden, der bisher weniger beachtet worden sei, als es geschehen könnte; nämlich dass man sich durch dasselbe an einen bestimmten richtigen Ausdruck gewöhne. Er habe in dieser Hinsicht von allen Sätzen einen solchen Ausdruck gegeben, dass dieselben nicht bloss auf die Figur bezogen, einen verständlichen haben, sondern auch ohne die Buchstaben der Figur als bestimmte Regeln u. Worte ausgesprochen werden können. Man weiss, dass Euclid in s. Elementen noch den Fehler nicht mehr Mühe verwendete, indem er die Sätze doppelt ausdrückte, nämlich im Allgemeinen u. dann in Beziehung u. Anwendung auf den mit Buchstaben bezeichneten Figuren u. dass auch sonst ausser den Elementen von den alten Geometern häufig das Verfahren befolgt wurde, dass sie bei geomet. Abhandlungen über einen bestimmten Gegenstand die Hauptsätze, welche denselben betreffen, zuerst ganz allgemein u. ohne Beziehung auf eine bestimmte Figur gefasst in Worten ausdrückten u. nun den Lehrsätzen in einem nach Buchstaben der Figur sich beziehenden Ausdruck allein darauf

---

Der Geometrie, meint der Verf., habe vor andern Theilen der [Math.] Vorzug, dass ihre Grundsätze (?) bei denjenigen, [die sie] einmal gründlich erlernt haben, ein ganzes Leb[en] unauslöschlich haften; dagegen in der Analysis gen der Math., unangesehen bei der jetzigen hin[ge-] gebildeten Schulen in Deutschland, die auf Gymnas[ien] grössten Theil der Zeit auf das Sprachstudium [ver-] nur Mangel an gehöriger Fertigkeit u. in wenigen Jahren wiederum veralteten Studi[en] gel. u. Uebung aus der M. st. selbst vergessen

Kästner Gesch. d. Math. Th. 3. S. 69. Geometrische Analysis zu reinen mit Buch-
stabenrechnung verbunden: Hardy, Anderson, Vaulezard, Ghetaldus,
Mydorge, Caravaggius, Carolus Renaldinus, Bressius, Cavalerius
Gregorius a Sto Vincentio
§ 62. Dieser Schriftsteller Werken scheint uns jetzt schwerfällig,
ihre Entwickelungen sind uns z. Gebrauche unbequem und ge-
wunden. Das, größtentheils divinatorisch, sie nach Art der
Griechen alles auf Betrachtung d. Figuren gründen und
Verhältnisse von Linien oder Körpern berühren. Ihre
Schriften durchzudenken & in die uns gewöhnlichere Sprache
der Rechnung zu übersetzen ist sehr vortheilhaft. (O weh!)

Noch giebt es keine in Deutschland, wo seine Lehrsätze von Anfängern
bisher gebraucht werden, herausgekommene Edition des Euclides
& Apollonius.

Wenn doch aufgefaßt, was Geleert in Linie hatte: ein Wort, und alle geometr.
Aufgaben aufhebt! Oder man weiß zu gewiß ist, warum man ein-
zelne Kapitel beschreibt wie z. B. Kraft der Hebel.
Ein schönes Wort gäben die bekannten 4 Punkte im Δ.
Die Sonderheit ist der Barometer zum Erkennen schlecht in den
Lehrbüchern vorgetragen.

xx) Im ersten z. B. muss der bloss in Worten ausgedrückte Vordersatz und; Lorenz wünscht sich wenigstens diese Verbesserung in der Vorrede zu dem abgesetzten Buch. Wenn aber in der Vordersatz die Buchstaben der Figur vorkommen, so weiss man nicht, was der sagen will u. braucht gar nicht daran als Regel dem Gedächtnis eingeprägt zu werden.

+ Annibale Giordano di Ottajano. Considerazioni sintetiche sopra di un celebre problema piano e risoluzione di aliquanti altri probleme affini. Probl. 1. In un dato cerchio inscrivere un triangolo i di cui lati prolongati passino pe' tre punti dati di sito e posti in linea retta. Probl. 2. In un dato cerchio inscrivere un triang. i di cui lati distesi passino pe' tre punti dati di sito. Probl. 3 In un dato cerchio inscrivere un triangolo, di cui due lati passino per due punti dati di sito e pel terzo quella retta, che col terzo lato costituisse un dato angolo. Probl. 4. In un dato cerchio inscrivere un triangolo di cui un lato passi per un punto dato di sito, e per due altri punti passino quelle rette, che con i due rimanenti lati costituiscono angoli dati. Probl. 5. In scrivere in un dato cerchio un triangolo rettilineo sicche condotte a due angoli del medesimo tre rette da tre punti dati di sito queste comprendono con i rispettivi lati angoli dati. Probl. 6 In un dato cerchio inscrivere una ~~triangolo~~ figura rettilinea di un qualunque dato numero di lati, i quali distesi passino per altrettanti punti dati comunque di sito

Memor. della Società Italiana T. 4. p.

Weil Schwierigkeiten aber so nöthig die Kegelschnitte zuerst geometrisch abzuhandeln
ehe sie algebr. behandelt werden, als den Kreis oder die gerade Linie, weil man
sonst nie eine anschaul. Kenntniß dieser Linien erlangen. Man denke sich einen
jungen M. der eben aus der Euklidischen Geomet. so gehört zu haben den Kreis
algebraisch behandeln lernt, $y^2 = ax - x^2$ — Was bekomt einen Begriff oder
eine Anschauung v. d. ~~Parab~~ Parabel, wenn er hernach sie sei die Linie die
welche $y^2 = px$, nachmals die Parabeln höherer Ordnungen $y^3 = px^2$; $y^3 = ax^2 - x^3$
Kreis
jeder fragt doch, wie sehe andere Linien aus? — Hatten wir in dem Geiste
der Alten gearbeitet, die Algebr. hingestand zu Erfindungen braucht so
so würden wir auf die höheren krummen Linien geometr. zu be-
handeln versuchen. Mit der Cycloide wurde ein schöner Anfang gemacht.
welche auf die Algebr. viel Interesse gewährt f. Kugel Cycloide.

Allgem. Litt. Zeit. No 261. Rec. von Ohm's Lehrbuch

Rec. stimmt ganz mit dem Verf. überein wenn er dieser für zweckmäßig hält die Arithm. u. Buchst. Rechnung u. jede sogenannte höhere Math: von dem Gymn. zu entfernen. dagegen besonders Anfän. der Geometrie zu getrennten u. die jungen Leute durch eine Menge meist elementarer geometrische Sätze als Anleitung zu Elemente der Geometrie und Zeichnung zu führen. Aufgaben zu üben u. sie so durch feste u. sichere Grundlage auf die Universität vorzubereiten

Prüfung der Kantischen Kritik der reinen Vernunft 1r Königsb. 1789

S. 59. Durch die Mathematik des Unendl. ist es nunmehr entschieden, daß auch die Größe des Raums ungeachtet seiner Unendlichkeit etwas gegebenes und völlig bestimmtes ist. Denn wenn man unter ∞ eine gerade Linie verlängert, die von einem gegebenen Punkte an nur nach einer Seite ohne Ende fortgeht, und das Verh. des Durchmessers zur Peripherie des Circuls $1:\pi$ setzt, so ist nunmehr ausgemacht, daß die größtmöglichste Linie $= 2\infty$, die größtmöglichste ebene Fläche $= \pi\infty^2$ u. der ganze unendliche Raum $= \frac{4}{3}\pi\infty^3 = 4{,}18879\ldots\infty^3$. Diese Größe ist das non plus ultra, das absolute Maximum, was die Geometrie sich vor ihrem Ziele sieht.

Wenn man alle Stellen sammeln wollte, wo in andern Büchern die gewaltigsten Absurditäten von dem Unendl. behauptet werden, es würde eine zwar unverzeihliche aber merkwürdige Samlung seyn.

z. B. $\frac{1}{0} = \infty$, aber nicht $1 = 0.\infty$

$\infty + a = \infty$ aber nicht $a = 0$

$\infty^2 + \infty = \infty^2$, aber nicht $\infty = 0$

s. l'Huiliers Algebr. S. 224. „Ich behaupte zuvörderst, daß man nicht sagen kann … einer positiven und negativen Größe ein Verhältniß Null findet.

schnitt, Vorbereitung z. höheren Analysis S. 163. Wenn man etwa den Ab-
theilungen, die mit Hülfe der Zeichen als unmöglich gefunden sind, [illegible]
[illegible] Verbindungen [illegible] wollte, so würde man für folgende Fragen
[illegible] müssen: [illegible]
die Beantwortung auf andern Wegen suchen müssen; [illegible], da er sich
[illegible] Auf [illegible] scheint also nicht [illegible] nicht anzuerkennen, [illegible]
[illegible] andern beträchtlich.

E. Fischer, Ueber den eigentl. Sinn 6 S. 102

Ich schließe diese Uebersicht der reinen Mathematik mit einem Rückblicke auf den ungeheuren Umfang derselben. Wer sie in allen ihren Theilen gründlich lernen will, muß ihr sein ganzes Leben widmen, und das ist auch in der That nicht hinreichend, sich alles, was man entdeckt hat, völlig anzueignen. Dies zeigt sich unter andern recht deutlich in der sehr erwünschten Erscheinung, welche gegenwärtig nur einige Gelehrten deutsch Anlaß geben möchte, welche in der höheren Geometrie in dem vollen Besitze der rein geometrischen Methode wären. Gewiß hat diese Methode eben den unwiderstehlichen Reiz, der allen Theilen der Mathematik eigen ist in einem vorzüglichen hohen Grade. Ihre Vernachlässigung ist also auch nicht einer Geringschätzung, sondern dem zu großen Umfange der Wissenschaft zuzuschreiben. Ich möchte daher vorschlagen bei jeder Academie der Wissenschaften einen eigenen Gelehrten für die reine Geometrie anzustellen, um den Geist der alten Methode nicht unter der Last der neuern Analysis [illegible] zu ersticken.

Lacroix Trig. p. 337. not. Il faut distinguer en effet les figures, qui ne servent qu'à diriger le raisonement pour la demonstration d'un theoreme ou la solution d'un probleme, des figures que l'on construit pour connaitre quelques unes de leurs dimensions. Les premieres sont toujours supposées exactes; les secondes, si elles sont pas tracées exactement, doneront des resultats faux.

o proponuntur problemata geometrica, quae actu perfici non possunt v. c. describere ... quae datam intus contingat.

F Man hält nöthig es sei die Fälle zu unterscheiden u. nach allem das ± zu be-
zeichnen zeigt Carnot préface a la Geometrie de pos.
Vielleicht wäre es möglich einen gr. Theil der geometr. Lehrsätze unter einer Formel
zu begreifen z. b. die sämtl. Kegelschnitte unter einer Gleichung. Dann würde
aber dadurch auch dem schönen Gebäude der Geometr. [illegible]!

le calcul redresse les erreurs qu'on a commises. Carnot ~~pref~~ pag. 58.
Carnot hat vielen Sätzen eine gr. Allgemeinheit gegeben und sie von ganz un-
nöthigen Beschränkungen befreiet; und mag man überhaupt der algebr. Bezeichnung [illegible]
man bemühe sich auch zu befreunden.

Ohne den Begriff, welchen die Alten auf die Kegelschnitte verwandten,
möchten wir noch kaum eine elliptische Astronomie haben. So
hat manches, was anfangs vielleicht als müssige Speculation
erschien, erst später seine wahre Bedeutung erlangt, oder kommt gewissermaßen
hernach.

Brenner Lehrbuch der gesamten ebenen Trigonometrie. Düsseldorf 1822.
Vorrede S. 4. Ich habe alle Auflösungen u. Beweise nach streng geometr.
Methode gegeben u. die Anwendung der Buchstabenrechnung ausschließl. nach der Geom.
(außer in der Trigonometrie) soviel als möglich vermieden. Der
Anfänger soll allerdings mit dem Geiste beider Methoden vertraut
gemacht werden; allein viel wird auch dann erreicht, wenn er ein
streng nach seiner Methode verfaßtes Ganze durcharbeitet u. sich, wenn
[illegible] eine Menge von Aufgaben lösen lernt, nach einer andern Methode
auch Gewandtheit der sich nach dieser, der andere [illegible] darin über-
eingeübt ist. Auch werden gewiß alle Kenner mit mir [illegible] vor dem aller übri-
einstimmen, daß das Studium der reinen Geometrie [illegible] bei der jetzigen
gen Theile der Math. das nützlichste u. wichtigste sei. [illegible]
Einrichtung der meisten gelehrten Schulen in Deutschland [illegible]
Gymnasien der bei weitem größte Theil der Zeit von den [illegible]
verschlungen wird, erhalten die Wenigen u. der Analysis u. der [illegible]
Zweigen der Math. die gehörige Festigkeit, sondern werden [illegible]
vollendeten Studien ist bei dem Mangel an Übung [illegible]
gewöhnlich vergessen. Nur die Grundsätze der Geometrie
Lebenszeit hindurch unauslöschlich in dem Gedächtnisse der [illegible]
so einmal gründlich erlernt hat.

Cicero. Tusc. I. In summo apud graecos honore geometria fuit, itaque nil mathematicis illustrius. At nos metiendi ratiocinandique utilitate hujus artis terminavimus modum. cf. Kästner kleine Schriften S. 108. De Archimedis sepulcro Cic. Tusc. V. — Columellae regulae geometricae lib. V.

Platon. Phaedrus. Uebers. v. Schleiermacher S. 132. 163. über den [illegible] Unterschied einander zu messen, oder die nur einen Theil betrachtend zu haben u. jeden Einzelnen [illegible] zu können.

Quintilianus Inst. I, 10, §8.

Kramp. Arithmétique universelle p. 2. La denomination de Regle cossique se trouva remplacée bientôt par celle d'Algèbre, que l'on suppose communement synonyme avec celle d'Analyse. La première, comme nous venons de voir, est originairement un terme de Chirurgie. Et l'autre choisie par opposition à celle de Synthèse qu'on suppose appartenir exclusivement à la Géometrie ne peut désigner l'Algèbre que d'une manière très-impropre. La marche du Géomètre est souvent analytique dans la démonstration et elle l'est toujours dans l'invention; et celle de l'Algebriste est entièrement synthetique toutes les fois qu'au lieu d'inventer, il fait simplement, et presque mechaniquement usage des règles que la science prescrit.

Disqu. Arithm. praef. p. XI. Quod in pluribus quaestionibus difficilibus demonstrationibus syntheticis usus sum, analysinque per quam erutae sunt suppressi, inprimis brevitatis studio tribuendum est, cui quantum fieri poterat, consulere oportebat.

La Chapelle Abhandlung über die Kegelschnitte Uebersetzt v. Lüdemann. Carlsruhe 179
S. 64. Anm. „durch die Neuern ist in der That Apollonius in Vergessenheit gerathen.
Gregorius v. St. Vincent hat sich durch die Deutlichkeit in seinen Beweisen
besonders hervorgethan und ich weiss nicht, warum unsere Zeitgenossen ihn
so wenig kennen. Heut zu Tage scheint man in Frankreich nur den Herrn
de la Hire u. vornemlich den Herrn Guisnée u. den Hospital zu kennen, ohne
Zweifel, weil diese letztern zu ihren Untersuchungen die Algebra
gebrauchen. Ein Mittel, das zu Entdeckungen das bequemste, geschwindeste,
das allgemeinste u. zugleich das sicherste ist, was der menschliche Verstand
jemals erfunden hat.

[illegible] in den Kegelschnitten u.s. [illegible], Definition der Hyperbel
[illegible] findet man unter den Denkfehlern „das oder das ist falsch", folglich 6
auch und daraus folgt 6 [illegible] kein Denkfehler, sondern [illegible]
Denkfehler [illegible] gefundene Formel [illegible] den Autor [illegible],
[illegible] daraus [illegible].

[illegible]: [illegible] den Gegensatz [illegible] negativen Größen [illegible], [illegible] 4
[illegible] zusammen = 0 sind.

E. Plura vide Tom. 1. P. 1. L. IV. § II.

Inde vetus geometria plures consequetur sectatores: Hall. Litt. Z. 1822. Erg. Bl. No 100.
„die strenge Methode der alten Geometer, welche mit Montucla [illegible] beklagt,
Hist. d. M. T. 1. P. 1. L. IV. No 2. [illegible] Neueren [illegible]
[illegible], [illegible] selbst Clairaut sich
[illegible] gemacht hat, gewinnt jetzt wieder an [illegible] Anhängern. Ganz [illegible]
[illegible] unter diesen Anhängern Fergola in Neapel und unter seinen [illegible]
[illegible] Schülern besonders Flauti aus, [illegible]
[illegible] Schule [illegible]. Die [illegible]
[illegible] für den [illegible], wenn man um [illegible] Anhänger
zu [illegible] Behandlung der Gründe [illegible] selbst und [illegible]
[illegible], die [illegible] vom falschen, [illegible]
[illegible] Wahrscheinlichen [illegible] zu unterscheiden, [illegible]
[illegible] Geist der strengen Geometer [illegible]
[illegible] ist, durch ein falsches Systematisieren, [illegible]
[illegible] schon Montucla a. a. O. [illegible] und durch ein [illegible]
[illegible] die Alten zu überbieten [illegible]
[illegible] ist.
That such an acute philosopher could overlook the fallacy of his argument can only be
ascribed to the influence which peculiar trains of thought acquire over the mind,
and to the extreme facility with which elementary principles insinuate and
blend themselves with almost every process of reasoning

[Edinb]urgh. Review No. 43. Octob. 1813 „Hutton's Tracts on many interesting parts of mathematical and philosophical sciences." In 3 Vol. London. 1812.

The other problem .... is, To divide a circle into any number of equal parts by means of other circles concentric with the given one: ... the Doctor gives a very elegant geometrical solution of this problem; and on the subject of it tells an anecdote, curious for the distinction it marks between two kinds of genius that are usually supposed to be very nearly allied. A very clumsy solution of this problem was given by Hawney in his book of mensuration, which had fallen into the hands of Mr. James Ferguson, the very ingenious lecturer on astronomy and mechanics and used to be exhibited by him in his lectures. About the year 1770 Mr. Ferguson who was then delivering his course at Newcastle showed Hawney's construction to Dr. Hutton, as he had drawn it out on a large sheet of paper with great correctness. It immediately occurred to Dr. Hutton, as it could not fail to do an eye accustomed to geometrical elegance that the construction was unnecessarily operose and complicated. He said so to Mr. Ferguson and next morning presented him with the very neat solution that is given in these Tracts. Ferguson was much pleased, but doubted if it was correctly true. Dr. Hutton referred him to the demonstration which accompanied it, as extremely simple and requiring the knowledge of nothing more difficult than the sixth book of Euclid. I was, says the Doctor, much surprised by this reply, that he could not understand the demonstration, but that he would make the drawing correctly on a large scale, which was always his way to try if such things were true. In my surprise, I asked him where he had learnt geometry and by what Euclid, or other book; to which he frankly replied, that he had never learned any geometry, nor could ever understand the demonstration of any one of Euclid's propositions. Accordingly the next morning he brought me the construction drawn out on a sheet of pasteboard, saying he estimed it a treasure, having found it quite right. How he found it to be right, is not said; it was probably by measuring the radius of each circle on a scale to which figure was adapted and thence computing the area (the rule for which was no doubt taken for granted), he would find the difference of the circles constantly the same.

Aehnlich erging es mir mit dem Problem ..... und Ottajano

[Fi]scher, Ueber den Sitz der höheren Analysis. Berlin 1808

S. 95. Die höhere Geometrie hat ihren schönen rein geometrischen Charakter in den neuern Zeiten zum Schaden der Wiss. beinahe ganz verloren. Es ist wahr, die Anwendung der Analysis auf die krummen Linien giebt ihrer Theorie eine so bewunderungswürdige einfache Ansicht, daß es kein Wunder ist, wenn sich die Mathematiker seit [illegible] [illegible], über derselben die Methode der Alten beinahe zu vergessen. Aber auf der andern Seite gewähret immer die rein geomet. Methode so wichtige Vortheile, und beschäftigt den Scharfsinn auf eine so eigenthüml. Art, daß jedem, der es mit der Wiss. gut meint, die Aufrechterhaltung der Methode der Alten am Herzen liegen muß. Man sollte daher in jedem Lehrbuche wenigstens die Lehre von den Kegelschnitten erst im Geiste der Alten vortragen, ehe man ihre analyt. Behandlung zeigte. Ein gemischter Mittelweg, den einige eingeschlagen haben, die Lehrsätze nach den Alten zu beweisen und dann neuere Analysis zu nehmen, scheint mir nicht zweckmäßig.

Rob. [Simson]is Sect. conicarum lib. quinque. Edinburgi 1750. praefat. p. V. recensitis auctoribus conicorum, tum ita pergit: Hi autem omnes praeter Joan. de Witt in [Elementis Curvarum Linearum] libro primo et Ph. de la Hire, in demonstrationibus suis calculo utuntur algebraico seu arithmetico; quo ut et inepto ejusdem calculi in multis aliis geometricis usu, factum est ut pauci sint hoc seculo, qui [in] theorematis [illegible] veterum methodo sive analytica sive synthetica vel in theorematis demonstrandis vel in problematis resolvendis, uti norint.

[Ut] huic malo indies serpenti occurratur atque Geometria, quae [a] calculi arithmetici diu oppressa, inculta et neglecta jacet, [illegible] in ipsa ἀκρίβειαν et perspicuitatem quodammodo resti-

+ Lenzel nennt hier die Methode der Neuern „eine Maschine zu Fabrikarbeitern". Die Vergleichung ist sehr passend u. fruchtbar. Es ist nemlich nicht zu läugnen, dass in Fabriken u. durch Maschinen geschickte und richtige Handarbeiten werden können, ja dass dieselben Werke ausgeführt werden können, die ein einzelner Mensch nicht hervorbringen kann. Aber der Handwerker, der allein selbständig, der Sache u. weiss, wie jeder Theil entsteht, erlangt eine weit grössere Einsicht in s. Gewerbe, als der Fabrikarbeiter. Ist es also um die Arbeit zu thun, so geht in die Fabrik, will ich aber einen geschickten Menschen bilden, so gehe ich zu einem Handwerker.

Edinburgh Review June 1829 p. 445. Mathematics ... has also become more and more mechanical. Excellence, in what is called its higher departments, depends less on natural genius, than on acquired expertness in wielding its machinery. Without undervaluing the wonderful results which a Lagrange or Laplace educes by means of it, we may remark, that its calculus, differential and integral, is little else than a more cunningly-constructed arithmetical mill, where the factors being put in, are, as it were, ground into the true product, under cover, and without other effort on our part, than steady turning of the handle. We have more Mathematics certainly than ever; but less Mathesis. Archimedes and Plato could not have read the Méchanique celeste; but neither would the whole French Institute see aught in that saying „God geometrises!" but a sentimental rodomontade.

L'Huilier de max. et min. p. 25.

[illegible] Lit. Z. 1827. No 298.

Recension von Ottemann's Materialien für heuristischen Unterricht in der Geometrie.

Soll eine Aufgabensammlung den Zweck haben, Anfänger im Selbsterfinden geometr. Wahrheiten systemat. zu üben, so müssten die Aufgaben vorzüglich rein geometr. Natur sein d.h. solche [illegible] aus den einfachen Sätzen [illegible] algebraischen, oder in geometrische Form gehüllten [illegible] können; ferner müssten sie in solcher Ordnung hingestellt sein, daß der Anfänger nach und nach zu [illegible] Aufgaben [illegible] von selbst gelangt; endlich müssten sie, [illegible] und [illegible] Abtheilungen [illegible] consequent in demselben Geiste und nach denselben Methoden behandelt werden können, weil gerade die Einheit der Behandlung Sicherheit und Fertigkeit im geometr. Denken gewährt; und deshalb [illegible] in einer Sammlung solcher Aufgaben nach [illegible] (wie sich von selbst versteht, die Aufgaben nicht zu [illegible]) strenge [illegible], weil man voraussetzen muß, daß der Anfänger von vorn [illegible] auf den ihm ein für allemal festgestellten [illegible] Erfindungskunst, vorwärts gehen soll und wird; [illegible] auf die Sätze angewandten (deren Bekanntschaft vorausgesetzt wird) welche [illegible] den weitern Fortschritten förder[illegible] mehr sich auf die folgenden zurückbezieht.

[illegible] überall einen [illegible] der Math. [illegible] gegeben haben, welche ein gründl. Studium der Geometrie als [illegible] und welche seine Schüler das Selbstauffinden der math. Wahrheiten zu denken nicht zu Nachbeten zu bilden [illegible]

Spr., S. 24 + K. 17

VI 71 EW

2a